



# LABORATÓRIO DE FÍSICA MODERNA ENGENHARIA ELÉTRICA

## ROTEIROS DE AULAS 2006

Prof. Dr. Jesiel F. Carvalho  
Prof. Dr. Ricardo Costa de Santana

### Relação de Experiências

---

- 1 *Difração de elétrons e efeito fotoelétrico*
  - 2 *Espectroscopia com rede de difração em gases elementares*
  - 3 *Dependência da condutividade elétrica com a temperatura: cobre e germânio*
  - 4 *Cálculo da relação carga/massa do elétron*
- 

Goiânia, março de 2006



## Efeito Fotoelétrico

### 1. INTRODUÇÃO

Este experimento tem como objetivo investigar o efeito fotoelétrico e, como consequência, verificar o caráter quântico da radiação eletromagnética e determinar o valor da constante de Planck.

Este experimento é baseado no fato de que elétrons são emitidos por uma superfície de um metal quando este é bombardeado por íons positivos. Em um experimento típico de efeito fotoelétrico (ver figura 1), como o que você fará, é estabelecida uma diferença de potencial  $U$  entre os eletrodos (catodo (C) e anodo (A)) que estão dentro de um detector de luz (*fotocélula*), sendo o catodo iluminado com luz de frequência  $f$  e intensidade  $I_0$ . Ao iluminar-se o catodo elétrons são arrancados e uma corrente elétrica  $i$  no circuito externo é observada.

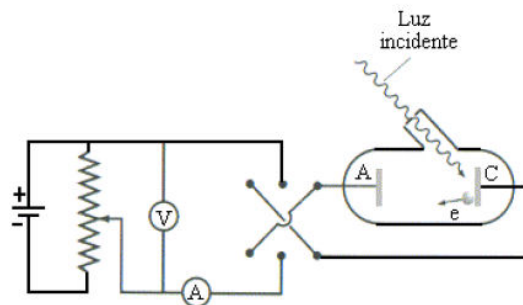


Figura 1. Diagrama esquemático de uma montagem para a observação do efeito fotoelétrico.

A produção de fotocorrente pela luz somente acontecerá, se ela fornecer energia o suficiente para arrancar elétrons da vizinhança da superfície do material do catodo e vencer o potencial atrativo do catodo (*potencial de freamento*) uma vez que este fica positivamente carregado quando um elétron é ejetado. Do ponto de vista da física clássica seria de se esperar que, como uma onda transporta energia e essa é diretamente proporcional a intensidade  $I_0$  da onda, qualquer que seja sua frequência  $f$ , aumentando-se a intensidade aumentasse também a energia cinética dos elétrons emitidos. No entanto os experimentos mostram que isso não acontece.

Einstein, em um trabalho publicado em 1905, propôs uma teoria para explicar este efeito. Baseou-se na hipótese de que a energia  $E$  da radiação eletromagnética da luz incidente é quantizada, sendo a energia de cada “pacote” (quantum de energia ou fóton) dada por

$$E = hf$$

onde  $h$  é a constante de Planck e  $f$  a frequência da radiação. Assim, os elétrons do fotocátodo só poderiam absorver energia correspondente a múltiplos inteiros deste valor.

Então, se um fóton de frequência  $f$  atinge o catodo, transferindo sua energia para um elétron, este poderá ser arrancado do fotocátodo se essa energia for maior do que a energia que o elétron deve gastar para alcançar a superfície do fotocátodo mais a energia  $W$  (*potencial de freamento* que é uma característica intrínseca de cada material usado na construção do fotocátodo) necessária para superar as forças atrativas. Os elétrons que conseguem escapar do fotocátodo possuem energia cinética dada por:

$$hf - W = \frac{mv^2}{2}$$

onde  $v$  é a velocidade do elétron,  $m$  é a massa de repouso do elétron e  $h$  é a constante de Planck a ser determinada.

Assim somente os elétrons que tiverem energia potencial elétrica ( $eU$ ) igual a energia cinética alcançarão o anodo, ou seja:

$$eU = \frac{mv^2}{2}$$

com  $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{As}$ , a carga elementar do elétron. Um potencial  $\phi$  adicional ocorre devido a diferenças entre as superfícies dos eletrodos (anodo e catodo), ou seja:

$$eU + \phi = \frac{mv^2}{2}$$

Se assumirmos que  $W$  e  $\phi$  são independentes da frequência, então uma relação linear existe a voltagem  $U$  (a ser medida) e frequência da luz:

$$U = -\frac{W + \phi}{e} + \frac{h}{e} f$$

Do experimento é construído um gráfico relacionando a diferença de potencial  $U$  medida com a frequência da luz incidente e a partir de uma regressão linear com a expressão acima calcular constante de Planck, cujo valor na literatura é de:

$$6,62 \times 10^{-34} \text{Js}.$$

Para finalizar podemos destacar três pontos acerca da teoria do efeito fotoelétrico proposta por Einstein:

A) A energia cinética de cada elétron não depende da intensidade da luz. Isto significa que dobrando a intensidade da luz teremos mais elétrons ejetados, mas as velocidades não serão modificadas.

B) Quando a energia cinética de um elétron for igual a zero significa que o elétron adquiriu energia suficiente apenas para ser arrancado do metal.

C) A ausência de um lapso de tempo entre a incidência da radiação e a ejeção do fotoelétron.

## 2. OBJETIVOS

Este experimento como objetivos a medida da constante de Planck e a observação do caráter quântico da radiação eletromagnética através do efeito fotoelétrico

## 3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O aparato experimental utilizado para medir a constante de Planck através do efeito fotoelétrico é mostrado na figura 1 abaixo. Ele consiste de uma fonte de tensão para lâmpadas espectrais, uma lâmpada de mercúrio de 80W, um trilho, um multímetro, filtros de cores com suporte, uma lente com suporte, uma fenda de abertura ajustável, uma fotocélula, um amplificador de sinal e uma rede de difração de 600 linhas/mm.



**Figura 1** - Aparato para a realização do experimento efeito-fotoelétrico.

Primeiro verifique a tensão a ser utilizada pela fonte e pelo amplificador, ligue-os e aguarde que a lâmpada de mercúrio atinja o regime de operação, isso ocorre quando ela emitir uma luz forte e brilhante. Em seguida posicione a fenda a aproximadamente 9 cm da lâmpada. A lente deve ser colocada a aproximadamente 20 cm da lâmpada. Ajuste o foco da lente para coincidir com a entrada da fotocélula, isso deve ser feito com a abertura deste dispositivo

**fechada** colocando-se uma folha branca de papel na frente do mesmo para observar a imagem, além de permitir a observação de linhas espectrais na região do ultravioleta.

Uma vez feito o ajuste do foco, mova o braço direito do trilho superpondo cada cor do espectro óptico com a abertura da célula fotoelétrica e meça a voltagem no multímetro, o tempo de medida deve ser em torno de 5 segundos, após o qual a fotocélula deve ser fechada e o capacitor de entrada no amplificador deve ser descarregado checando-se o nível zero de voltagem no multímetro com o diafragma fechado. Repita o procedimento para as outras medidas.

Use filtro de cor correspondente para cada medida. Verde para medida no verde e amarelo, vermelho para medida no vermelho, azul para medida no azul. Ao valores recomendados para cada comprimento de onda são:

<b>COR</b>	<b><math>\lambda</math> (nm)</b>
UV1	366
UV2	406
AZUL	435.8
VERDE	546.1
AMARELO	578
VERMELHO	620

#### 4. BIBLIOGRAFIA

1. H. M. Nussensweig, *Curso de Física Básica*, Vol. 4, Editora Edgard Blücher, 1997.
2. R. Eisberg, R. Resnick, *Física Quântica*, Ed. Campus, Rio de Janeiro, 1979.
3. *Laboratory Experiments in Physics*, 5.1.05, Phywe Systeme GmbH, Göttingen, 1999.
4. <http://www.unb.br/iq/kleber/CursosVirtuais/qq/aula-5/aula-5.htm>



## Espectroscopia com Rede de Difração em Gases Elementares

### 1. INTRODUÇÃO

Um anteparo dotado de várias fendas difratava a luz principalmente em algumas direções específicas dadas pela equação da rede

$$m\lambda = d \operatorname{sen} \theta \quad (1)$$

Esse tipo de anteparo é chamado de rede de difração e pode funcionar tanto por transmissão, como por reflexão. Se luz de um comprimento de onda  $\lambda$  atinge uma rede de constante  $d$ , ela é difratada e máximos de intensidade são produzidos para ângulos de difração  $\theta$  satisfazendo a equação (1). Numa determinada ordem  $m$  cada comprimento de onda se difrata em um ângulo  $\theta$  diferente. Por isto diz-se que uma rede dispersa a luz e pode ser usada para analisar o espectro de uma fonte de luz. O dispositivo que utiliza uma rede de difração para analisar o espectro de uma fonte de luz chama-se espectrômetro de rede de difração. Pode-se calibrar um espectrômetro com qualquer fonte de comprimento de onda conhecido para usá-lo na análise química, na astronomia, no diagnóstico de plasmas e em muitos outros campos. Nesta experiência vamos usá-lo para analisar as linhas dos espectros de emissão óptica do He e do Na.

O espectro atômico dos elementos pode ser obtido estimulando uma amostra amostra com calor ou com uma descarga elétrica. Nas lâmpadas espectrais o elemento no estado gasoso, no interior de um tubo de vidro e sob baixa pressão, é submetido a uma descarga elétrica. Elétrons são excitados para níveis de energia mais elevados ( $E_1$ ) no átomo e, ao retornarem para o nível original ( $E_0$ ), emitem a diferença de energia como fótons de frequência  $\nu$ , dada por

$$h\nu = E_1 - E_0 \quad (2)$$

onde  $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$  é a constante de Planck.

O átomo de sódio possui os níveis correspondentes a  $n=1$  e  $n=2$  completamente cheios e apenas um elétron ( $n=3$ ) fora das camadas cheias. De modo geral, os átomos alcalinos podem ser descritos como sendo constituídos de um caroço de gás inerte mais um único elétron que

se move numa subcamada externa. Este elétron é dito opticamente ativo. Neste sentido, o espectro do átomo de sódio é equivalente ao do hidrogênio, exceto pela carga central “percebida” pelo elétron externo. Os dez elétrons externos produzem uma “blindagem” da carga nuclear. Em primeira aproximação, o potencial resultante é dado por

$$V(r) = -\frac{e^2 Z(r)}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (3)$$

Os níveis de energia são similares aos níveis do átomo de hidrogênio com uma redução da degenerescência do momento angular

$$E_{n\ell} = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} Z_{n\ell}^2 \frac{1}{n^2} \quad (4)$$

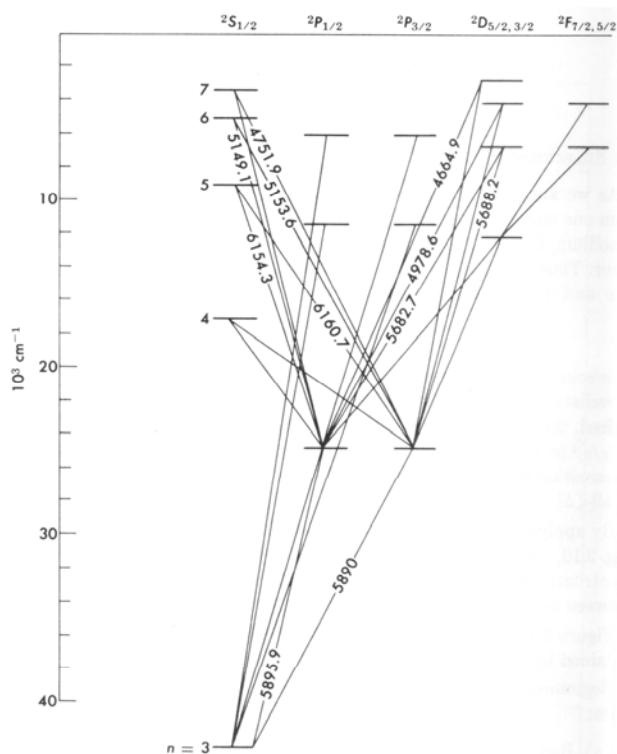
Nesta aproximação não foi considerada a interação spin-órbita do elétron opticamente ativo.

Na verdade, as linhas do espectro óptico do sódio evidenciam um desdobramento de estrutura fina, caracterizado pelo fato de que todos os níveis são duplos, exceto aqueles para os quais  $\ell=0$ . Isto é devido à interação spin-órbita, isto é, devido ao acoplamento entre o momento de dipolo magnético do elétron e o campo magnético interno ao qual está submetido por mover-se através do campo elétrico do átomo. Isto pode ser entendido considerando-se a energia de interação

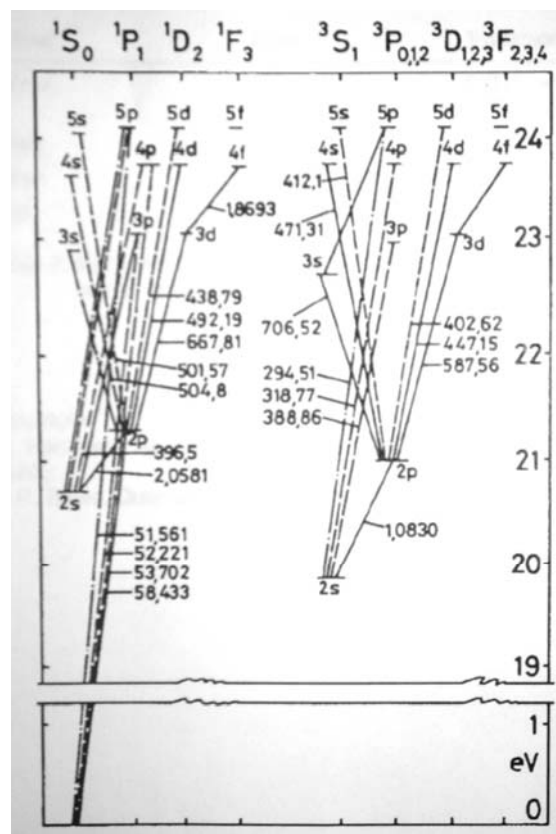
$$\overline{\Delta E} = \frac{\hbar^2}{4m^2 c^2} [j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)] \frac{1}{r} \frac{dV(r)}{dr} \quad (5)$$

Para  $\ell=0$ , a equação (5) mostra que a interação spin-órbita é nula. Para os demais valores de  $\ell$ ,  $\overline{\Delta E}$  apresenta dois valores diferentes, um positivo e outro negativo, dependendo se  $j = \ell + 1/2$  ou  $j = \ell - 1/2$ . Assim, exceto para  $\ell=0$ , cada nível de energia é separado em duas componentes, uma de energia ligeiramente superior, quando os momentos angulares orbital e de spin são “paralelos”, e outra ligeiramente inferior, quando esses momentos angulares são “antiparalelos”. A diferença de energia é o trabalho necessário para girar o momento de dipolo magnético do elétron de uma orientação para outra no campo interno do átomo. No caso do átomo de sódio, esta interação é mais evidente na divisão da transição  $3P \rightarrow 3S$  (raia amarela) em duas linhas, o chamado dubleto amarelo do átomo de sódio.

Nas figuras 1 e 2 são mostrados os diagramas de níveis de energia dos átomos de sódio e hélio. Para maiores detalhes sobre os níveis de energia e transições permitidas nestes dois átomos consulte, por exemplo, as referências [1] e [2].



**Figura 2** - Transições permitidas entre os níveis de energia do sódio [1].



**Figura 3** - Transições entre os níveis de energia do hélio.

## 2. OBJETIVO

Medir os espectros de emissão dos átomos de He e Na, comparar estes resultados com os correspondentes diagramas de níveis de energia, investigar o dubleto amarelo do sódio e calcular a constante de uma rede de difração.

## 3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O aparato experimental a ser utilizado nesta experiência está ilustrado na figura 3. O procedimento experimental pode ser dividido em duas partes, como detalhado a seguir.

### 3.1. Espectro do Hélio e Cálculo da Constante da Rede de Difração

- Ligar a lâmpada de He (aguardar cerca de 5 minutos para que a condição adequada de operação seja atingida);
- a mesa que sustenta a rede de difração deve estar em nível;
- a altura da fenda deve ser regulada de modo a caber inteiramente na ocular (os ajustes de largura e altura da fenda se encontram na extremidade do colimador);
- ajustar a fenda o mais estreita possível para melhor resolução (para facilitar os procedimentos de ajuste manter a fenda, durante este estágio, um pouco mais aberta);





**Figura 4** - Aparato experimental utilizado para medida dos espectros atômicos do hélio e do sódio.

- ajustar o foco da imagem da fenda usando o parafuso do lado direito da luneta;
- a cruz da ocular é focada ajustando-se a posição da ocular, empurrando-a para frente ou para trás;
- ajustar a altura da luneta, do colimador e a orientação da rede de difração, de maneira que ao percorrer o espectro de difração do hélio, tanto à direita quanto à esquerda, não haja variações nas alturas das raias interceptadas pela cruz da ocular;
- feitos os ajustes, fixar as posições relativas, deixando livre apenas a luneta;
- alinhar a luneta com o feixe direto ( $m=0$ ) e anotar a posição angular (use o vernier);
- girar progressivamente a luneta e anotar as posições angulares das raias de primeira ordem, tanto à direita quanto à esquerda (nos cálculos use a média aritmética destes valores);

***Raias do hélio que devem ser observadas***

Vermelho	667,8 nm
Amarelo	587,6 nm
Verde	501,6 nm
Verde-azulado	492,2 nm
Azul-esverdeado	471,3 nm
Azul	447,1 nm

- Faça um gráfico de  $\sin \theta$  em função de  $\lambda$  e obtenha o valor da constante de rede  $d$ . Esta curva corresponde à curva de calibração deste espectrômetro. Calcule o número de linhas por milímetro e compare o resultado com o valor nominal dado pelo fabricante. Discuta o erro.
- Não esqueça de incluir no relatório a explicação para o aparecimento dessas raias em termos do diagrama de energias do átomo de hélio (figura 2).

**Substitua a lâmpada de He pela de Na.**

**ATENÇÃO!**

**Aguarde que a lâmpada esfrie para tocá-la.**

**Não toque o bulbo de vidro diretamente com a mão, utilize a toalha de papel.**

### 3.2. Espectro do Sódio e a Separação do Dupleto Amarelo

- Após trocar e posicionar a lâmpada de sódio, alinhar a luneta com o feixe direto ( $m=0$ ) e anotar a posição angular (use o vernier);
- Medir as posições das raias de primeira ordem mais intensas da lâmpada de Na e calcular os comprimentos de onda correspondentes. Como anteriormente, faça isto girando progressivamente a luneta e anotando as posições angulares, tanto à direita quanto à esquerda;
- Explicar o aparecimento dessas raias em termos do diagrama de energias do átomo de sódio (figura 1).
- Usando as raias de segunda ordem, meça os comprimentos de onda  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  e a separação  $\Delta\lambda$  do dupleto amarelo;
- A separação dos níveis de energia  $3p$  do átomo de sódio, devido à interação spin-órbita, é de  $\overline{\Delta E} = 2,1 \times 10^{-3} \text{ eV}$  [1]. Use este resultado para avaliar o valor, obtido experimentalmente, de  $\Delta\lambda$  do dupleto amarelo do sódio.

## 4. BIBLIOGRAFIA

- [1] R. Eisberg, R. Resnick: *Física Quântica*. Editora Campus, Rio de Janeiro, Brasil, 1988.
- [2] A.C. Melissinos: *Experiments in Modern Physics*. Academic Press, Boston, USA, 1966.
- [3] *Laboratory Experiments in Physics*, 5.1.10, Phywe Systeme GmbH, Göttingen, 1999.



## Dependência da condutividade elétrica com a temperatura: cobre e germânio

### 1. INTRODUÇÃO

O objetivo deste experimento é o de investigar a condutividade elétrica em função da temperatura de um metal (Cu) e de um semicondutor (Ge). Calcular a energia do gap de energia no semicondutor é obtida experimentalmente e comparada com valores esperado.

A condutividade elétrica  $\sigma$  de um metal com  $n$  elétrons por unidade de volume pode ser calculada, no modelo de elétrons livres, pela seguinte expressão:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}, \quad (1)$$

onde  $e$  e  $m$  são respectivamente a carga e a massa do elétron e  $\tau$  é um parâmetro denominado *tempo médio de colisão*, o qual é característico de cada material e depende fundamentalmente da temperatura e da presença de defeitos e impurezas.

A variação com a temperatura da resistividade elétrica ( $\rho$ ) de metais (igual ao inverso da condutividade elétrica) é usualmente descrita pela seguinte expressão de origem empírica:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)], \quad (2)$$

onde  $\alpha$  é denominado de *coeficiente de temperatura da resistividade*,  $T_0$  é uma temperatura de referência arbitrária e  $\rho_0$  é a resistividade nessa temperatura. A relação acima é uma aproximação linear válida geralmente em faixas limitadas de variação de temperatura dependendo do material.

A condutividade elétrica de semicondutores pode ser descrita por uma expressão similar à Eq. 1, mas com a importante diferença de que pode haver mais de um tipo de portador de carga (elétrons e buracos), inclusive com diferentes massas efetivas. Além disso, a concentração de portadores  $n$ , ao invés de ser constante como nos metais, varia fortemente com a temperatura, devido à excitação térmica de portadores nas bandas de valência e/ou de condução.

Pode-se mostrar que a condutividade elétrica dos semicondutores apresenta em determinadas faixas de temperatura (em geral acima da temperatura ambiente) uma variação térmica da forma:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-E_g / 2kT}, \quad (3)$$

onde  $\sigma_0$  é uma constante,  $T$  é a temperatura absoluta,  $k$  é a constante de Boltzmann e  $E_g$  é a largura da lacuna (ou *gap*) de energia entre a banda de valência e a banda de condução do semicondutor. Esse regime de condução é denominado de *regime intrínseco* e corresponde à excitação térmica de portadores de carga do próprio material, e não de elétrons devidos a impurezas

## 2. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O que fazer: **(a)** medir a resistência elétrica de uma amostra de cobre e outra de Ge (puro) em função da temperatura; **(b)** a partir da variação da condutividade elétrica do Ge com a temperatura determinar o gap de energia do Ge; **(c)** a partir da variação da resistência elétrica do Cu com a temperatura determinar o coeficiente de temperatura da resistividade do Cu, seguindo as instruções abaixo.

O arranjo experimental para esta etapa encontra-se esquematizado na Fig. 1 e as conexões elétricas estão mostradas na Fig. 2.

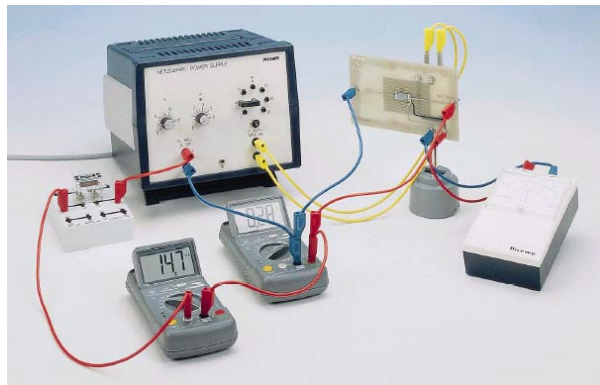


Fig. 1: Arranjo experimental para realização das medidas de condutividade elétrica.

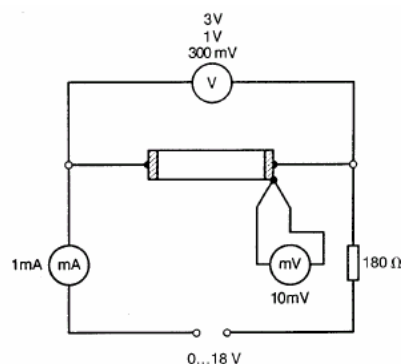


Fig. 2: Conexões elétricas para realização das medidas de condutividade elétrica.

A amostra retangular de Ge (com dimensões  $20 \times 10 \times 1 \text{ mm}^3$ ) é conectada à saída de tensão contínua da fonte de tensão através de um resistor de proteção. A tensão aplicada e a corrente através da placa são medidas com multímetros digitais. Observe a **corrente máxima de 30 mA** suportada pela amostra e ajuste os controles de tensão/corrente da fonte para manter a corrente dentro desse limite.

Na parte traseira da placa de circuito impresso encontra-se o enrolamento responsável pelo aquecimento da amostra, o qual é alimentado pela tensão (AC) da fonte de tensão. Aumente progressivamente a voltagem de aquecimento para permitir um lento aquecimento da amostra, iniciando por exemplo com 2 V e elevando-a paulatinamente até 6 V.

**Importante:** Para evitar aquecimento excessivo da amostra, **desligue** a voltagem de aquecimento assim que a temperatura registrada pelo termopar atinja a faixa próxima a 130-140°C (tensão  $V_{term}$  em torno de 5-6 mV).

Registre os valores de tensão e corrente através da amostra juntamente com a tensão no termopar (ou diretamente a temperatura). As medidas devem ser efetuadas tanto durante o aquecimento (controlado) quanto durante o resfriamento (livre) da amostra e podem ser repetidas algumas vezes para obtenção de valores médios.

Repita os procedimentos acima trocando a placa contendo a amostra de Ge pela placa contendo a tira de Cu (espessura de 35  $\mu\text{m}$ ). Observe a **corrente máxima** permitida nesse caso (**1 A**) e utilize resistências de proteção apropriadas para limitar a corrente a um valor conveniente para as escalas dos multímetros empregados.

### 3. BIBLIOGRAFIA

1. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fundamentos de Física*, Vols. 3 e 4, LTC, 4<sup>a</sup> ed., Rio de Janeiro, 1993.
2. R. Eisberg, R. Resnick, *Física Quântica*, Ed. Campus, Rio de Janeiro, 1979.
3. *Laboratory Experiments in Physics*, 5.3.04, Phywe Systeme GmbH, Göttingen, 1999.
4. Sérgio M. Rezende, *A Física dos Materiais e Dispositivos Eletrônicos*. Ed. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 1996.
5. A.C. Melissinos: *Experiments in Modern Physics*. Academic Press, Boston, USA, 1966.



## Bobinas de Helmholtz e Relação Carga/Massa do Elétron

### 1. INTRODUÇÃO

Os objetivos deste experimento são mapear o campo magnético produzido por um par de bobinas circulares e paralelas e, usando este arranjo, medir a razão carga massa do elétron.

O arranjo de duas bobinas circulares planas separadas por uma distância igual ao raio, cada uma contendo  $N$  espiras com corrente fluindo nas duas no mesmo sentido foi idealizado por Helmholtz<sup>1</sup>, com o qual conseguiu produzir campos magnéticos uniformes de baixa intensidade sobre um volume relativamente grande. A corrente que flui pelas espiras pode ser tanto corrente contínua (DC) quanto alternada (AC).

O campo magnético produzido por uma espira circular percorrida por uma corrente  $I$  pode ser calculado a partir da Lei de Biot-Savart:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{\rho}}{\rho^3} \quad (1)$$

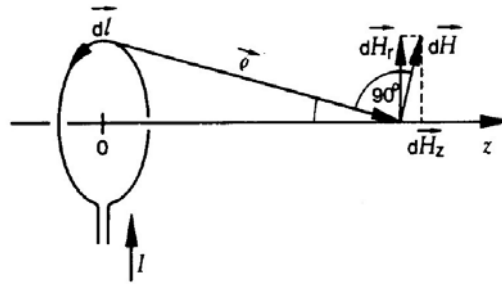
onde  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo,  $\vec{\rho}$  é o vetor a partir de elemento condutor  $d\vec{l}$  ao ponto de medida do campo  $\vec{B}$ , e  $d\vec{B}$  é perpendicular a ambos os vetores  $\vec{\rho}$  e  $d\vec{l}$ , como mostra a figura 1.

Como o vetor  $d\vec{l}$  é perpendicular aos vetores  $\vec{\rho}$  e  $d\vec{B}$ , e ainda perpendicular ao plano da figura enquanto que os outros dois vetores estão no plano, a equação (1) pode ser reescrita como:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi\rho^2} dl = \frac{I}{4\pi} \frac{\mu_0 dl}{R^2 + z^2} \quad (2)$$

sendo  $z$  a distância do centro da espira ao ponto onde estamos calculando o campo. Como mostrado na figura  $d\vec{B}$  pode ser dividido em duas componentes, uma radial  $d\vec{B}_r$  e outra  $d\vec{B}_z$ . Para qualquer elemento  $d\vec{l}$  que escolhermos na espira a componente  $d\vec{B}_z$  do campo terá

<sup>1</sup> Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz (1821-1894)



**Figura 1** - Desenho esquemático de uma espira circular, percorrida por uma corrente I, para ajudar no sempre a mesma direção, podendo, portanto serem somadas, já as componentes  $d\vec{B}_r$ , se anulam aos pares. Sendo assim o campo na direção radial é nulo:

$$B_r = 0 \tag{3}$$

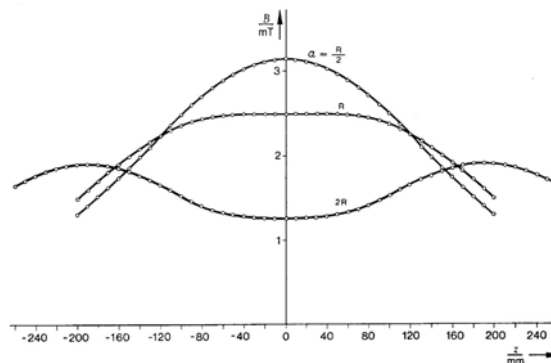
e o campo ao longo da direção z (axial) é dado por:

$$B = B_z = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2R} \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{z}{R}\right)^2\right)^{3/2}} \tag{4}$$

O campo magnético de uma bobina circular de N espiras é então obtido multiplicando-se o número de espiras pela equação (4). Assim o campo ao longo do eixo das duas bobinas idênticas a uma distância a do centro das bobinas é:

$$B(z, r = 0) = \frac{\mu_0 IN}{2R} \left[ \frac{1}{\left(1 + A_1^2\right)^{3/2}} + \frac{1}{\left(1 + A_2^2\right)^{3/2}} \right] \tag{5}$$

sendo  $A_1 = \frac{z - a/2}{R}$  e  $A_2 = \frac{z + a/2}{R}$ . Quando  $z = 0$ , o campo magnético tem um valor máximo para  $a < R$  e mínimo para  $a > R$ . A dependência de B com a posição ao longo do eixo axial das bobinas é virtualmente uniforme para o intervalo  $-\frac{R}{2} < z < \frac{R}{2}$ , quando  $a = R$ , como mostra a figura 2 abaixo.



**Figura 2** -  $B(r = 0)$  em função de z com o parâmetro a.

O campo  $B$  no ponto médio entre as bobinas quando a separação  $a$  entre elas for igual ao raio  $R$  é:

$$B(0,0) = \frac{\mu_0 IN}{2R} \frac{2}{\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}}} = 0,176 \mu_0 N \frac{I}{R} \quad (6)$$

onde escolhemos como origem do sistema de coordenadas o ponto médio entre as bobinas sobre o eixo axial, para uma bobina com  $N = 154$  espiras, raio  $R = 20 \text{ cm}$  e corrente  $I = 3,5 \text{ A}$ , o valor do campo  $B$  é de:

$$B(0,0) = 2,42 \text{ mT} \quad (7)$$

através do gráfico mostrado na figura 2, o campo medido foi de:

$$B(0,0) = 2,49 \text{ mT} \quad (8)$$

mostrando a eficiência do arranjo de Helmholtz para a produção de campos magnéticos de baixa intensidade e uniformes em um volume relativamente grande.

São inúmeras as aplicações deste arranjo que ficou conhecido como Bobinas de Helmholtz, elas vão desde a determinação das componentes vertical e horizontal do campo magnético terrestre, passando por estudos do efeito de campos magnéticos sobre equipamentos ou componentes eletrônicos e até em espectrômetros de ressonância magnética, aqueles existentes em hospitais e que são usados para fazer imagens, por exemplo.

Tal arranjo foi usada por J.J. Thomson (1897) para medir a razão carga/massa do elétron.

A teoria acerca deste experimento é bastante simples. Se um elétron de massa  $m_0$  é acelerado por uma diferença de potencial  $U$ , sua energia cinética é dada por:

$$eU = \frac{1}{2} m_0 v^2 \quad (9)$$

onde  $v$  é a velocidade do elétron. Se este elétron penetrar numa região de campo magnético de intensidade  $\vec{B}$ , a força do campo sobre o elétron é dada por

$$\vec{F} = e\vec{v} \times \vec{B} \quad (10)$$

que é conhecida como *Força de Lorentz*. Se o campo é uniforme, como num arranjo de bobinas de Helmholtz, o elétron fará uma trajetória espiralada ao longo das linhas de força do campo magnético, e no caso particular quando  $\vec{v}$  for paralelo a  $\vec{B}$  a trajetória descrita pelo elétron será circular.

Quando a *Força de Lorentz* for igual a força centrífuga ( $\frac{m_0 v^2}{r}$ ), a velocidade do elétron é dada por:



$$v = \frac{e}{m_0} Br \quad (11)$$

onde  $r$  é o raio da trajetória,  $e$  é a carga elementar do elétron e  $B$  é a intensidade do campo magnético. Da equação (9) podemos obter:

$$\frac{e}{m_0} = \frac{2U}{(Br)^2} \quad (12)$$

Para calcular a magnitude da componente de  $\vec{B}$  ao longo do eixo  $z$ , perpendicular ao plano da órbita do feixe de elétrons e no ponto central entre as duas bobinas, usa-se a equação (5) e (6) para  $a = R$ . Para as bobinas usadas no experimento a ser feito  $R = 20 \text{ cm}$  e  $N = 154$  espiras.

## 2. OBJETIVOS

Este experimento que está dividido em duas partes tem como objetivos principais primeiro mapear o campo magnético produzido por um par de bobinas circulares planas verificando a uniformidade do campo numa região relativamente grande entre as bobinas. A segunda parte consiste em usar este arranjo determinar a razão carga/massa do elétron a partir das trajetórias observadas de um feixe de elétrons produzido por um tubo de raios catódicos.

## 3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL:

O aparato experimental utilizado para mapear o campo magnético produzido por bobinas circulares é mostrado na figura 3 abaixo. Ele consiste de uma fonte de corrente contínua, duas bobinas circulares, um multímetro, uma sonda Hall, régua e um teslâmetro.

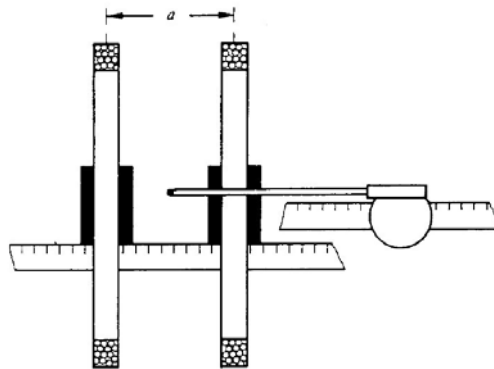


**Figura 3** - Aparato experimental para o mapeamento do campo magnético de bobinas circulares.

Primeiro conecte as bobinas em série de modo que a corrente contínua flua por elas na mesma direção, a corrente **não** deve exceder **3,5 A**. (opere a fonte de tensão como uma fonte

de corrente contínua). Prenda a sonda Hall em um suporte tipo haste com base móvel e nivele-a com o eixo das bobinas. Prenda as duas régua na bancada (paralela ou perpendicularmente uma a outra conforme a direção em que for mapear o campo). Movimento a sonda Hall sempre na mesma direção e de **1 em 1 cm**.

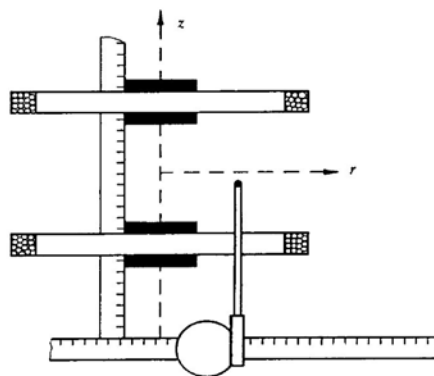
Por razões de simetria o campo magnético tem componente somente ao longo do eixo- $z$ , logo montando o experimento como o mostrado na figura 4, você deve medir a componente axial do campo para os seguintes casos:  $a = R$ ,  $a = R/2$  e  $a = 2R$ .



**Figura 4** - Montagem para medir  $B(z, r=0)$  para diferentes distâncias  $a$  entre as bobinas.

Para medir o campo com as bobinas separadas por  $a = R/2$  e  $a = 2R$ , deve-se soltar os espaçadores que prendem as bobinas.

Em seguida meça a dependência do campo na direção radial conforme mostrado na figura 5.



**Figura 5** - Montagem para medir  $B(z, r)$  para  $a = R$ .

Construa tabelas e gráficos de  $B$  em função da posição da sonda e discuta a dependência espacial do campo em cada caso.

Na segunda parte do experimento utilizaremos o arranjo mostrado na figura 6 para a determinação da razão carga-massa do elétron. Tal arranjo consiste de um par de bobinas circulares, dois multímetros, um tubo de raios catódicos e duas fontes. As conexões do tubo

de raios catódicos com a fonte de tensão à esquerda não devem ser alteradas. Conecte somente as bobinas em série com a fonte de corrente contínua que utilizou no experimento anterior. **A corrente máxima permitida é de 5 A, jamais exceda esse valor.**



**Figura 6** - Montagem do experimento para a determinação da carga elementar do elétron.

Escureça a sala ligue as fontes de tensão e de corrente, se a polaridade do campo magnético estiver correta um feixe curvo e luminescente estará visível. Variando a corrente nas bobinas, ou seja, variando a intensidade do campo magnético e a velocidade dos elétrons (variando aqui a voltagem que o acelera), o raio da órbita pode ser ajustado, de maneira a coincidir com os traços luminosos no interior do tubo. Quando o feixe de elétrons colidir com estes traços, somente metade do círculo será observado. Os raios das trajetórias circulares são de 2, 3, 4 ou 5 cm.

Monte uma tabela com os valores de  $U$  (potencial acelerador variando de 100 a 300 V de 25 em 25 V) e de  $I$  (corrente nas bobinas, que dever ser ajustada para cada potencial  $U$ ) para cada raio conforme mostrado abaixo, calcule para cada medida a razão  $e/m$  e no final obtenha um valor médio apontando a incerteza na sua medida. Na tabela  $e/m$  deve ser dado em  $As/Kg$ .

$U$ (V)	r = 2cm		r = 3cm		r = 4cm		r = 5cm	
	$I$ (A)	$e/m$	$I$ (A)	$e/m$	$I$ (A)	$e/m$	$I$ (A)	$e/m$
100								
.....								
300								

#### 4. BIBLIOGRAFIA:

5. H. M. Nussensweig, *Curso de Física Básica*, Vols. 3 e 4, Editora Edgard Blücher, 1997.
6. R. Eisberg, R. Resnick, *Física Quântica*, Ed. Campus, Rio de Janeiro, 1979.
7. *Laboratory Experiments in Physics*, 4.3.03, Phywe Systeme GmbH, Göttingen, 1999.
8. *Laboratory Experiments in Physics*, 5.1.02, Phywe Systeme GmbH, Göttingen, 1999.
9. J.R. Reitz, F.J. Milford, R.W. Christy, *Fundamentos da Teoria Eletromagnética*, Editora Campus Ltda., 1982.